

本科概率论与数理统计作业卷(十)

1.从长期生产实践知道,某厂生产的100W灯泡的使用寿命 $X \sim N(\mu, 100^2)$ (单位:h)现在某一批灯泡中抽取5只,测得使用寿命如下:

1455 1502 1370 1610 1430

试求这批灯泡平均使用寿命 μ 的置信区间(α 分别为0.1和0.05).

2.测量某种仪器的工作温度($^{\circ}\text{C}$)5次得数据如下:

1250, 1275, 1265, 1245, 1260

设仪器的工作温度服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 未知, 试求 μ 的置信区间($\alpha = 0.05$).

3.冷抽铜丝的折断力服从正态分布.从一批铜丝中任取10根,测试折断力,得数据(单位:kg)如下:

578, 572, 570, 568, 572, 570, 570, 596, 584, 572

求方差 σ^2 和标准差 σ 的90%的置信区间.

4.某工厂用自动包装机包装奶粉,今在某天生产的奶粉中随机抽取10袋,测得各袋的重量(单位:g)为

495, 510, 505, 489, 503, 502, 512, 497, 506, 492

设包装机称得的奶粉重量 $X \sim N(500, \sigma^2)$, 能否认为各袋净重的标准差为 $\sigma_0 = 5$ 克($\alpha = 0.05$)?

5.某厂生产乐器用的合金弦线,其抗拉强度服从期望为1035(单位: N/mm^2)的正态分布.现从某天生产的弦线中取10根,测得 $\bar{X} = 1042$, $S^2 = 8^2$.问:这天生产的弦线的抗拉强度是否有显著变化($\alpha = 0.05$)?

6.设甲乙两车间生产罐头食品,由长期积累的资料知道,它们的水分活性都服从正态分布,并且均方差分别为0.142和0.105,今各抽取15罐,分别测定它们的水分活性,算得甲的平均数为0.811,乙的平均数为0.862,问甲乙两车间生产的罐头食品水分活性均值 μ_1 和 μ_2 有无显著差异($\alpha = 0.05$)?

解 将甲乙两车间生产的罐头食品水分活性分别作为总体 X 和 Y , 依题意, 设

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

由于 X 和 Y 的方差均已知, 故在 H_0 为真的条件下, 检验用统计量为

$$U = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

对于给定的显著性水平 $\alpha = 0.05$, 借助标准正态分布表可算出 $u_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$,

已知 $\bar{x} = 0.811, \sigma_1 = 0.142, n_1 = 15, \bar{y} = 0.862, \sigma_2 = 0.105, n_2 = 15$, 故统计量 U 的值为

$$u = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = -1.12$$

因 $|u| = 1.12 < 1.69$, 故在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下接受 H_0 , 即认为甲乙两车间生产的罐头食品水分活性均值无显著差异.

② σ_1^2, σ_2^2 均未知但相等时: X 与 Y 的样本标准差分别是 S_1 与 S_2 , 当 H_0 为真时, 由(2.1.22)知, 统计量

$$T = \frac{(\bar{X} - \bar{Y})}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \sim t(n_1 + n_2 - 2)$$

于是可用 T 检验法检验 H_0 .