本科概率论与数理统计作业卷(五)

一、填空题

1. 设 X 和 Y 为两个随机变量，且 $P\{X\geq 0, Y\geq 0\}=\frac{3}{7}$, $P\{X\geq 0\}=P\{Y\geq 0\}=\frac{4}{7}$. 则 $P\{\max(X,Y)\geq 0\}=$ _________.

2. 设随机变量 X，Y 的概率密度分别为 $f_X(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1\\ 0, & 其他\end{cases}$，$f_Y(y)=\begin{cases}e^{-y}, & y>0\\ 0, & 其他\end{cases}$，又设 X，Y 相互独立，则 μ 的二次方程 $\mu^2-2X\mu+Y=0$ 具有实根的概率是______.

3. 已知随机变量 X 与 Y 相互独立且都服从正态分布 $N(\mu,\frac{1}{2})$. 如果 $P\{X+Y\leq 1\}=\frac{1}{2}$，则 μ=______.

二、选择题

1. 设相互独立的两个随机变量 X，Y 具有同一分布律，且 X 的分布律为

X	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

则随机变量 $Z=\max\{X,Y\}$ 的分布律为

(A)

Z	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(B)

Z	0	1
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

(C)

Z	0	1
P	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

(D)

Z	0	1	2
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$

2. 设二维连续型随机变量 (X_1,X_2) 与 (Y_1,Y_2) 的联合密度分别为 $p(x,y)$, 和 $g(x,y)$，令 $f(x,y)=ap(x,y)+bg(x,y)$. 要使函数 $f(x,y)$ 是某个二维随机变量的联合密度，则 a,b 应满足

(A) $a+b=1$　　(B) $a>0, b>0$

(C) $0\leq a\leq 1, 0\leq b\leq 1$　　(D) $a\geq 0, b\geq 0$, 且 $a+b=1$

三、计算、证明题

1. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，下表列出了二维随机变量(X,Y)联合分布律及关于 X 和关于 Y 的边缘分布律中的部分数值，试将其余值填入表中的空白处

Y / X	y_1	y_2	y_3	$P\{X=x_i\}=p_{i\cdot}$
x_1		$\frac{1}{8}$		
x_2	$\frac{1}{8}$			
$P\{Y=y_j\}=p_{\cdot j}$	$\frac{1}{6}$			1

2. 已知随机变量 X_1 和 X_2 的概率分布

X_1	-1	0	1
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

X_2	0	1
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

而且 $P\{X_1X_2=0\}=1$. (1) 求 X_1 和 X_2 的联合分布；

(2) 问 X_1 和 X_2 是否独立？为什么？

3. 设二维随机变量（X，Y）的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} \mathrm{e}^{-y}, & 0<x<y \\ 0, & 其他 \end{cases}$

(1) 求随机变量 X 的密度 $f_X(x)$; (2) 求概率 $P\{X+Y\le 1\}$

4. 设随机变量 X 与 Y 相互独立,且都在 $[0,a]$ 上服从均匀分布,求它们的和 $Z=X+Y$ 的分布密度