本科概率论与数理统计作业卷(六)

一、填空题

1. 设随机变量 X 服从参数为1的指数分布，则数学期望 $E(X+\mathrm{e}^{-2X})$ $=$ ________.

2.设离散型随机变量 X 的分布律为：$P\{X=2^k\}=\dfrac{2}{3^k}$，$k=1,2,\cdots$, 则 $E(X)=$ ______.

3. 已知离散型随机变量 X 服从参数为2的泊松分布，即 $P\{X=k\}$ $=\dfrac{2^k\mathrm{e}^{-2}}{k!}, k=0,1,2,\cdots$，则随机变量 $Z=3X-2$ 的数学期望 $EZ=$ ______.

4.箱中有 N 只球，其中白球数是随机变量 X，$EX=n$，则从箱中任取一球为白球的概率为______.

5. 设 X,Y 是两个相互独立且服从正态分布 $N(0,(\dfrac{1}{\sqrt{2}})^2)$ 的随机变量，则随机变量 $|X-Y|$ 的数学期望 $E|X-Y|=$ __________.

二、选择题

1.设 $P(X=n)=a^n\ (n=1,2,\cdots)$, 且 $EX=1$, 则 $a=$

(A) $\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$ (B) $\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$ (C) $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$ (D) $\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$

2.设随机变量 X 服从参数为1的指数分布，则 $Y=X^3+e^{-2X}$ 的数学期望为

(A) $\dfrac{8}{3}$ (B) $\dfrac{10}{3}$ (C) $\dfrac{14}{3}$ (D) $\dfrac{19}{3}$

3. 设 X 是一个随机变量，其概率密度为 $f(x)=\begin{cases}1+x, & 若 -1\le x\le 0\\ 1-x, & 若 0<x\le 1\\ 0, & 其它\end{cases}$

则数学期望 $EX=$

(A) 0 (B) 1 (C) $\dfrac{1}{2}$ (D) $\dfrac{1}{6}$

三、计算证明题

1. 设在某一规定时间间隔里，某电器设备用于最大负荷的时间 X (以分计)是一个随机变量，其概率密度为

$$p(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{(1500)^2}, & 0 \le x \le 1500\\ \dfrac{3000-x}{(1500)^2}, & 1500 < x \le 3000\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

求 $E(X)$.

2. 若有 n 把看上去样子相同的钥匙，其中只有一把能打开门上的锁，用它们去试开门上的锁. 设取得每只钥匙是等可能的.若每把钥匙试开一次后除去，试用下面两种方法求试开次数 X 的数学期望.

(1) 写出 X 的分布律；(2) 不写出 X 的分布律.

3. 从甲地到乙地的旅游车上载20 位旅客自甲地开出，沿途有10 个车站，如到达一个车站没有旅客下车就不停车.以 X 表示停车次数. 求 $E(X)$. (设每位乘客在各个车站下车是等可能的)

4.在半圆的直径上任取一点 P,过 P 作直径的垂线交圆周于 Q,设圆的半径为 1, 求 $E(PQ)$ 和 $D(PQ)$.