

## 本科概率论与数理统计作业卷(七)

### 一、 填空题

1. 设随机变量的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} a+bx^2, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

已知  $E(X) = \frac{3}{5}$ , 则  $D(X) =$  \_\_\_\_\_.

2. 设随机变量  $X_1, X_2, X_3$  相互独立, 且都服从参数为  $\lambda$  的泊松分布

令  $Y = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)$ , 则  $Y^2$  的数学期望等于 \_\_\_\_\_.

3. 设  $X$  表示 10 次独立重复射击命中目标的次数, 每次射中目标的概率为 0.4, 则  $E(X^2) =$  \_\_\_\_\_.

4. 已知连续型随机变量  $X$  的概率密度函数为  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2+2x-1}$ ,

则  $X$  的数学期望为 \_\_\_\_\_;  $X$  的方差为 \_\_\_\_\_.

5. 设随机变量  $X$  的方差为 2, 则根据切比雪夫不等式有估计

$P\{|X - E(X)| \geq 2\} \leq$  \_\_\_\_\_.

### 二、 选择题

1. 设随机变量的概率密度为  $\varphi(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

已知  $E(X) = 0.5, D(X) = 0.15$ , 则关于系数  $a, b, c$  下列正确的选项为

(A)  $a = 12, b = -12, c = 3$  (B)  $a = 12, b = 12, c = 3$

(C)  $a = -12, b = 12, c = 3$  (D)  $a = -12, b = -12, c = 3$

2. 设离散型随机变量  $X$  服从 0-1 分布, 即  $P\{X = 0\} = p, P\{X = 1\} =$

$1 - p$ , 则

(A)  $E(X) = p$  (B)  $E(X) < 1 - p$  (C)  $D(X) = p^2$  (D)  $D(X) \leq \frac{1}{4}$

3. 设随机变量  $X, Y$  相互独立, 且  $X \sim B(10, 0.3), Y \sim B(10, 0.4)$ ,

则  $E(2X - Y)^2 =$

(A) 12.6 (B) 14.8 (C) 15.2 (D) 18.9

### 三、计算、证明题

1. 已知连续型随机变量  $X$  的概率密度函数为  $p(x) = \frac{1}{\sqrt{6\pi}} e^{-\frac{x^2-4x+4}{6}}$ ,

$-\infty < x < +\infty$  (1) 求  $EX$ ,  $DX$ ;

(2) 若已知  $\int_{-\infty}^c p(x)dx = \int_c^{+\infty} p(x)dx$ ; 求常数  $c$ .

2. 设  $X$  服从参数为  $\lambda > 0$  的泊松分布, 且已知  $E[(X-1)(X-2)] = 1$ , 求  $\lambda$ .

3. 设  $X$  为随机变量,  $C$  为常数, 且  $C \neq EX$ , 证明:  $DX < E(X-C)^2$ .

4. 设  $X_1, X_2, \dots$  为相互独立的随机变量序列, 且  $X_i (i=1, 2, \dots)$  服从参数

为  $\lambda$  的泊松分布, 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\lambda}{\sqrt{n\lambda}} \leq x \right\}$ .