

## 本科概率论与数理统计作业卷(九)

1. 设  $X_1, X_2$  是取自正态总体  $N(\mu, 2)$  的容量为2的样本, 下列四个无偏估计中较优的是

- (A)  $\hat{\mu}_1 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{3}{4}X_2$                       (B)  $\hat{\mu}_2 = \frac{2}{5}X_1 + \frac{3}{5}X_2$   
(C)  $\hat{\mu}_3 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2$                       (D)  $\hat{\mu}_4 = \frac{4}{7}X_1 + \frac{3}{7}X_2$

2. 设总体  $X$  在  $[a, b]$  上服从均匀分布, 其分布密度为

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

其中  $a, b$  为待估参数,  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  为  $X$  的一个样本, 试求  $a, b$  的矩估计.

3. 设总体  $X$  有分布密度 
$$p(x) = \begin{cases} \frac{4x^2}{a^3\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{a^2}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases},$$

其中  $a > 0$  为待估参数,  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  是总体  $X$  的一个样本, 试求:

- (1)  $a$  的矩估计;      (2)  $a$  的极大似然估计

4. 设总体  $X \sim N(\mu, 2^2)$ ,  $X_1, X_2, X_3$  为一个样本. 试证  $\hat{\mu}_1 = \frac{1}{4}(X_1 + 2X_2 + X_3)$  和  $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)$  都是总体期望的无偏估计, 并比较哪一个更有效?

5. 设  $\hat{\theta}$  是参数  $\theta$  的无偏估计, 且有  $D(\hat{\theta}) > 0$ , 试证:  $\hat{\theta}^2 = (\hat{\theta})^2$  不是  $\theta^2$  的无偏估计.