答案：本科概率论与数理统计作业卷(一)

一、填空题

1.解 $P(A\overline{B})=P(A-AB)=P(A)-P(AB)=P(A)-[P(A)+P(B-P(A\cup B)]=0.3$

2.解 $\because \overline{A\bigcup B}=\overline{A}\overline{B}, P(A\bigcup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$
又 $P(A\bigcup B)=1-P(\overline{A\bigcup B})=1-P(\overline{A}\overline{B})$ $\therefore P(A)+P(B)=1,$ 即 $P(B)=1-p$
所以应填 $1-p.$

3.设$P(A)=P(B)=P(C)=\dfrac{1}{4}, P(AB)=0$，$P(AC)=P(BC)=\dfrac{1}{6}$,则事件$A,B,C$都不发生的概率为______.

3.解 问题是求 $P(\overline{A}\overline{B}\overline{C})$, 为了与已知条件联系起来，由概率性质有
$P(\overline{A}\overline{B}\overline{C})=1-P(A\bigcup B\bigcup C)$, 而 $P(A\bigcup B\bigcup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)$
$-P(AC)-P(BC)+P(ABC)$. 于是问题归结为求 $P(ABC)$, 注意到$P(AB)=0$,
$ABC\subset AB$,即有 $P(ABC)=0$,通过计算得 $P(\overline{ABC})=\dfrac{7}{12}$,故应填 $\dfrac{7}{12}$.

4.解 把3本书视为一组，与另外7本全排列，则指定的3本书放在一起的概率为$\dfrac{3!\cdot 8!}{10!}$
应填 $\dfrac{1}{15}$.

二、选择题

1.解 因为事件 A 与 B 同时发生时,事件 C 必发生就意味着 $AB\subset C$,
因此 $P(C)\geq P(AB)$. 又由 $P(A\bigcup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$
所以 $P(C)\geq P(A)+P(B)-P(A\bigcup B)\geq P(A)+P(B)+1$
所以应选 (C).

2.解 事件总数为$6\times 6=36$,两点皆为2或一个点为2、另一个点大于2,
$1+\mathrm{C}_2^1\cdot\mathrm{C}_4^1=9$，故$P=\dfrac{9}{36}=\dfrac{1}{4}$.

3.解 (A). 无论哪一种取法有利于A的基本事件只有一个. 而“取后放回”试验的基本事件总数多于“取后不放回”，因此 $P_1<P_2$,选择 (A). 事实上，

$$p_1=P(A)=\frac{1}{5^3},\quad p_2=P(A)=\frac{1}{5\times 4\times 3}>\frac{1}{5^3}=p_1.$$

4.解 $p=\dfrac{C_2^1\cdot C_3^2\cdot C_7^2}{C_{10}^5}=\dfrac{1}{2}$.

三、计算证明题

1.解　(1)　$P(A)=\frac{6}{200}=0.03$　　(2)　$P(A_1)=\frac{C_6^1C_{194}^2}{C_{200}^3}\approx 0.0855$

(3)　$P(A_0)=\frac{C_{194}^3}{C_{200}^3}\approx 0.9122$

2.解　设 A、B 分别表示甲、乙保险丝被烧断，由性质6得所求概率为

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=0.8+0.9-0.72=0.98$$

3.解　从 $0,1,2,\cdots,9$ 十个数字中任意选出三个不同数字的所有选法即从十个数字中任意选三个不同数字的全部组合数为 C_{10}^3，它就是所研究的概率空间中的全部基本数，而 A_1 所含的基本条件数为 C_8^3，它是从 $0,1,2,\cdots,9$ 等八个数字中任意选三个不同数字的组合数.因此　$P(A_1)=\frac{C_8^3}{C_{10}^3}=\frac{7}{15}$

同理，A_2所含的基本事件数为 C_8^2，因为三个数字中有一个一定是0，而另2个不同数字必须从 $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ 八个数字中任意选取，所以　$P(A_2)=\frac{C_8^2}{C_{10}^3}=\frac{7}{30}$

4.解　设两个数分别为 x 和 y，有 $0<x<1,0<y<1$，需要求事件$\{xy<\frac{1}{4}\}$的概率，把(x,y)看作平面上的一个点，则 (x,y) 在边长为1的正方形内等可能取值.正方形面积为1.满足 $xy<\frac{1}{4}$的全体点(x,y)构成平面区域D，D的面积为

$$S=1-\int_{\frac{1}{4}}^{1}(1-\frac{1}{4x})\mathrm{d}x=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\ln 2,\qquad 则\quad P\{xy<\frac{1}{4}\}=\frac{S}{1}=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\ln 2.$$