答案:本科概率论与数理统计作业卷(八)

1.解　由统计量的定义：不含任何未知参数的样本函数，可知（A）、（B）、（D）均为统计量，（C）不是统计量.　　故应选（C).

2.解　由结论 (1) 设 $X \sim N(\mu，\sigma^2)$，（$X_1, X_2, \cdots, X_n$）是它的一个样本,$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$，

那么有 $\overline{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$

结论 (2) 若 $X \sim N(\mu，\sigma^2)$，（$X_1, X_2, \cdots, X_n$）为其一个样本,$\overline{X}$ 与 S^2分别为样本均值与样本方差，则有 $\overline{X}$ 与 S^2 相互独立;$\frac{n-1}{\sigma^2}S^2 \sim \chi^3(n)$，且 X 与 Y 相互独立，

记 $T=\frac{X}{\sqrt{Y/n}}$，则有　$T \sim t(n)$.　得选项（A）正确.

3.解　应选(D)

4.解　根据数理统计的基本知识知(A)、(B)、(C)均为正确选项，而 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$，所以（D）项入选.

5.解　因为 $X \sim N(0,3^2)$,所以　$\frac{X_1+X_2+\cdots+X_9}{9} \sim N(0,1)$

又因　　$Y \sim N(0,3^2)$,　$\frac{Y_i}{3} \sim (0,1)$,　$\frac{Y_1^2+Y_2^2+\cdots+Y_9^2}{9} \sim \chi^2(9)$

所以　$U=\frac{X_1+\cdots+X_9}{\sqrt{Y_1^2+\cdots+Y_9^2}}=\frac{\frac{X_1+\cdots+X_9}{9}}{\sqrt{(Y_1^2+\cdots+Y_9^2)/9^2}} \sim t(9)$

故第1个空填t,第2个空填 9.

6.解　$\frac{\overline{X_n}-a}{0.2}\sqrt{n} \sim N(0,1), P\{|\overline{X_n}-a|<0.1\}=P\{\frac{\overline{X_n}-a}{0.2}\sqrt{n}<\frac{1}{2}\sqrt{n}\} \geq 0.95,$

$2\Phi(\frac{\sqrt{n}}{2})-1 \geq 0.95$，故　$\Phi(\frac{\sqrt{n}}{2}) \geq 0.975$，由此得　$\frac{\sqrt{n}}{2} \geq 1.96$，即　$n \geq (1.96\times 2)^2 = 15.3664$

所以n至少应取16.

7.解　　$\sum_{i=1}^{10}\frac{X_i^2}{0.3^2}$是自由度为10的$\chi^2$变量，所以

$$P\left(\sum_{i=1}^{10} X_i^2 > 1.44\right)=P\left(\sum_{i=1}^{10}\frac{X_i^2}{0.3^2}>\frac{1.44}{0.09}\right)=P(\chi^2(10)>16)=0.1$$

8.解　因为X～$t(n)$,即X＝$\dfrac{U}{\sqrt{\chi^2(n)}/\sqrt{n}}$,其中U～N（0,1），从而

$X^2 = \dfrac{U^2}{\chi^2(n)/n} = \dfrac{\chi^2(1)/1}{\chi^2(n)/n} \sim F(1,\ n)$